

Reconstrucción tridimensional de objetos mediante el uso de luz estructurada

Ignacio Martínez Rojas¹, Mayra Pérez Robledo², Francisco Javier Cuevas de la Rosa³, Pedro Arguijo¹

¹Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico Superior de Misantla, Misantla, Veracruz, México

²Universidad Iberoamericana, León, Guanajuato, México

³Centro de Investigaciones en Óptica, A.C, León, Guanajuato, México
greacoromano940@gmail.com, Maypr@outlook.com, fjcuevas@cio.mx,
pedro_arguijo@excite.com

Resumen. En este trabajo se propone una metodología mediante el uso de técnicas basadas en proyección de luz estructurada, permitiendo la medición de puntos 3D pertenecientes al objeto bajo prueba. El sistema metrológico se calibra a partir de un conjunto de imágenes que presentan un patrón de desplazamiento. El cálculo de profundidad se realiza utilizando un ajuste por mínimo cuadrados en el que se calibra por medio de una serie de imágenes referentes a planos. Siendo los primeros dos los correspondientes a anchura y altura, el tercero es el que determinara la profundidad.

Palabras clave: reconstrucción tridimensional, mínimos cuadrados, luz estructurada, cambio de fase, flood fill.

Three-Dimensional Reconstruction of Objects through the Use of Structured Light

Abstract. In this work a methodology is proposed through the use of techniques based on structured light projection, allowing the measurement of 3D points belonging to the object under test. The metrological system is calibrated from a set of images that have a displacement pattern. The depth calculation is carried out using a minimum square adjustment in which it is calibrated by means of a series of images referring to planes. The first two being those corresponding to width and height, the third is the one that determines the depth.

Keywords: three-dimensional reconstruction, least squares, structured light, phase shifting, flood fill.

1. Introducción

Actualmente, la metrología óptica es uno de los campos de investigación por demás activos debido a las diversas aplicaciones industriales y científicas que tiene, por

ejemplo, la reconstrucción 3D de objetos, la medición y caracterización de deformación de superficies, entre otras.

La proyección de luz estructurada, en la metrología óptica, permite la captura de valores procedentes de imágenes de forma discreta, la cual proporciona información cuantitativa del objeto bajo prueba. A partir de este conjunto de valores se generan un modelo matricial que contiene implícita información de forma, tamaño, volumen, etc.

En el ámbito de la reconstrucción tridimensional se realiza el uso de proyección de líneas o de una nube de puntos láser [1, 2], lo cual permite realizar la medición automática del área seleccionada. En caso de la proyección de puntos se capturan miles de puntos por segundo [3]. Se han reportado trabajos que realizan proyección y detección de puntos para obtener trayectorias, como es el caso del movimiento de un objeto, una mano o una pierna permitiendo determinar la dirección en la que se desplaza [4], estos tipos de medidas con respecto al desplazamiento, de manera general, se realizan en una escena con cierta profundidad la cual puede ser medida [5-7].

Por otro lado, las técnicas basadas en el desplazamiento de fase (Phase Shifting) se han estudiado a profundidad, realizando la replicación de objetos de interés o la medición de estos a partir de un patrón base como control de calidad industrial [8]. Existen variantes en cuanto a las reconstrucciones tridimensionales basadas en proyección de franjas como lo es el uso de técnicas de tres, cuatro pasos o incluso mediante la transformada de Fourier donde esta técnica proporciona información simultánea de alturas para todos los puntos de la superficie de un volumen observado [9]. Una ventaja clara de este tipo de técnicas es la gran calidad en cuanto a los detalles superficiales de un objeto por lo que una implementación usual es la metrología facial para aplicaciones biomédicas [10].

Una característica del uso de este tipo de técnicas es la reconstrucción tridimensional de objetos físicos en un entorno computarizado de manera completa en alta resolución, de forma no invasiva y mediante el desplazamiento de una secuencia de patrones consecutivos. En este trabajo se utiliza tanto la proyección de luz estructurada junto con un ajuste polinómico para obtener la profundidad de un objeto bajo prueba y realizar su reconstrucción tridimensional. Se muestran resultados de ambos casos, el primero basado en Proyección de Puntos y el segundo mediante técnicas de desplazamiento de Fase (Phase Shifting), se realiza una comparación respecto a la medición de error, así mismo se determinan cuál de estos métodos requiere menor tiempo de procesamiento. En la sección 2 se describe la calibración de la cámara para el método de proyección de nube de puntos utilizando ajuste por mínimos cuadrados. El desenvolvimiento de la fase envuelta por proyección de franjas se analiza en la sección 3. La implementación de ambos métodos se describe en la sección 4. En la sección 5 se muestran los resultados finalizando las conclusiones del presente trabajo.

2. Teoría

2.1. Calibración de la cámara

En todo proceso de reconstrucción tridimensional es imprescindible, para la obtención cuantitativa los datos, realizar un proceso de calibración. La calibración de la cámara se realiza proyectando un patrón de luz estructurada (puntos) sobre un plano de referencia el cual se desplaza sobre un arreglo optomecatrónico a razón de n

centímetros. En la Fig. 1 se muestra dicho arreglo que consta de un proyector, una cámara y un plano de referencia. Cada imagen adquirida representa un desplazamiento en el eje Z, n desplazamientos representar la profundidad en la escena, iniciando en Z_0 y concluyendo en Z_n .

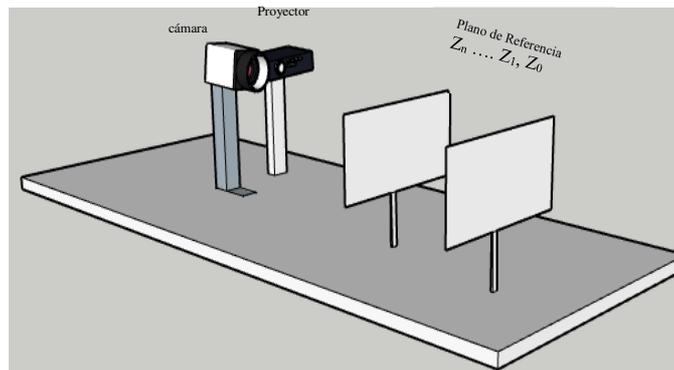


Fig. 1. Arreglo Optomecatrónico.

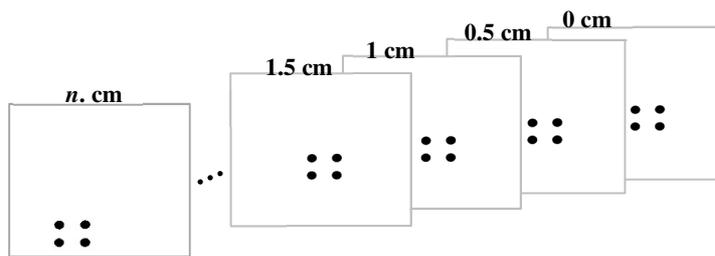


Fig. 2. Representación de un patrón de desplazamiento correspondientes en valores de 0 a n cm a razón de 0.5 cm.

La Fig. 2 visualiza estos n desplazamientos del plano de referencia, se puede apreciar un cambio de posición del patrón de luz proyectado.

Se utiliza el algoritmo de Otsu para la umbralización de cada una de las imágenes [11]. En las imágenes segmentadas se establece un orden de agrupamiento que permite diferenciar cada uno de los puntos de los demás y a su vez asociarlo en las demás imágenes pertenecientes a la calibración, esto se logra utilizando Flood Fill [12] con recursividad de cuatro píxeles. Con Flood Fill se localizan los centroides correspondientes a los puntos. Cada uno de los valores xy donde x representa una coordenada del centroide y z indica el desplazamiento en centímetros sobre el eje.

Para encontrar la relación entre las coordenadas de los centroides y los desplazamientos se ajustan los datos a una curva de calibración empleando regresión por mínimos cuadrados [13].

En el proceso de calibración de los ejes x e y se hace uso de una cuadrícula de puntos colocada sobre el plano de referencia, cada punto se localiza a una distancia de un centímetro de sus homólogos verticales y horizontales [14], tal como se muestra en Fig. 3.

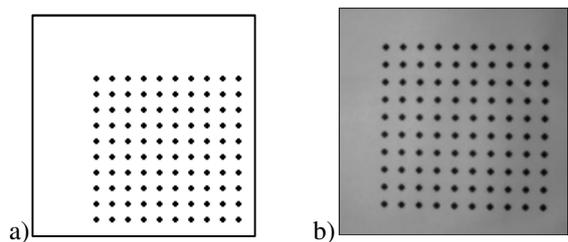


Fig. 3. a) Cuadrícula utilizada para calibración, b) Imagen capturada del plano Z donde la cuadrícula superpuesta sobre el plano de referencia.

Para realizar una calibración con mayor precisión se subdivide el mallado en cuadrantes con una distancia constante de 1 cm en vertical y horizontal respecto de cada punto. Si los puntos que se proyectan posteriormente se localizan dentro del algún cuadrante a este se le asigna un valor de posición en x e y que corresponde con los cuatro puntos que determinan cada cuadrante. En la Fig. 4 se muestra el primer cuadrante y la distribución de distancias entre los puntos, marcando en verde los puntos de referencia para calibrar si un centroide se encuentra o no dentro del cuadrante. Existe una correlación de la imagen de calibración con su homóloga obteniendo una coincidencia óptima respecto una de otra [15].

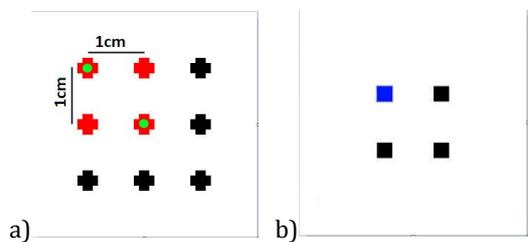


Fig. 4. a) Patrón con puntos de calibración, cuadrante no. 1, b) Patrón con punto en tonalidad azul a localizar mediante de la imagen de calibración.

De los valores obtenidos de la Fig. 4 se obtuvo la Tabla 1. Se puede observar que si un centroide se localiza dentro de uno de los cuadrantes se obtienen medidas reales de este por medio de los valores referencia previamente calibrados para x e y en dicho cuadrante. Los valores obtenidos de la calibración de x e y se almacenan (.DAT) en una serie de vectores al igual que las posiciones de cada cuadrante.

Tabla 1. Resultados de calibración de las imágenes.

X, Y	Coordenada X Calibrada	Coordenada Y Calibrada	Valor esperado X	Valor esperado Y	Error Absoluto	Error porcentual
Punto 1	0.5	0.5	0.5	0.5	0	0%
Punto 2	0.5	1.5	0.5	1.5	0	0%
Punto 3	1.5	0.5	1.5	0.5	0	0%
Punto 4	1.5	1.5	1.5	1.5	0	0%

2.2. Regresión por Mínimos Cuadrados

A partir de una serie de valores correspondientes a x y z , donde x representa una coordenada del centroide y z representa el valor del desplazamiento n , se puede obtener un polinomio de grado m , el cual se expresa como ecuación (1):

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m + e. \quad (1)$$

El ajuste por mínimos cuadrados es una técnica ampliamente conocida la cual se obtiene mediante una sumativa de derivadas que se igualan a cero y se reordenan [16] ecuación (2):

$$\begin{aligned} (n)a_0 + (\sum x_i)a_1 + (\sum x_i^2)a_2 + \dots + (\sum x_i^m)a_m &= \sum y_i \\ (\sum x_i)a_0 + (\sum x_i^2)a_1 + (\sum x_i^3)a_2 + \dots + (\sum x_i^{m+1})a_m &= \sum x_i y_i \\ (\sum x_i^2)a_0 + (\sum x_i^3)a_1 + (\sum x_i^4)a_2 + \dots + (\sum x_i^{m+2})a_m &= \sum x_i^2 y_i. \end{aligned} \quad (2)$$

El uso de la eliminación gaussiana permite la solución del conjunto de forma matricial [17]. La resolución de la eliminación gaussiana se obtiene en valores de $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$, permitiendo generar la función de sustitución en la ecuación (3).

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m. \quad (3)$$

Tabla 2. Errores relativos por desplazamiento, fila gris distancias z intermedias consideradas como datos de prueba y promedio general de orden de polinomio, los valores en azul indican un error mínimo en relación distancia-grado, el valor en rojo representa el menor promedio óptimo.

Orden.	Desplazamiento en centímetros de Z.										Promedios.
	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4		
1	0	15.87	0.97	3.77	5.97	1.37	0.94	0.82	1.96	3.518 %	
2	0.02	13.73	1.94	0.9	1.59	1.88	0.89	0.74	2.20	2.654 %	
3	0.12	14.36	2.35	1.26	2.20	1.77	1.18	0.55	0.22	2.667 %	

En estas fórmulas se sustituyen en los valores de posición de los Centroides de las imágenes. Realizando la sustitución de valores x e y en la función se obtiene un valor en y procediendo a encontrar el error absoluto.

La Tabla 2 indica las distancias Z en cm del primer punto y el orden de polinomio que se utilizó, así como resultados los errores relativos por grado, mediante el promedio de estos puntos el mejor polinomio es el de segundo orden.

3. Desplazamiento y desenvolvimiento de fase

La calibración de la cámara en el método de cambio de fase se implementa de manera inicial con la calibraron los ejes xy usando una malla de puntos, Fig, 5 malla de calibrado de la figura obtenida. Obteniendo valores de calibración a partir de una regla

de tres, haciendo uso de la distancia real entre los puntos y la distancia de estos en pixeles. A partir de la calibración determino que cada pixel equivale a 0.0147 centímetros.

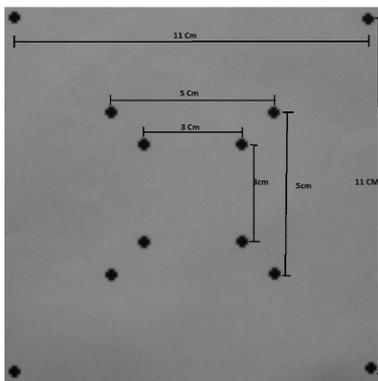


Fig. 5. Imagen de Calibración de ejes xy.

En el área de metrología óptica se proyecta una serie de patrones de franjas periódicas desplazadas (phase-shifting) sobre el objeto bajo prueba, las cuales ofrecen información cuantitativa de la profundidad o deformaciones topográficas de la superficie del objeto [18]. La información se obtiene de la deformación que sufren las franjas al proyectarse sobre el objeto. Existen diversos algoritmos de corrimiento de fase entre los que destacan los de tres pasos y cuatro pasos [19]. El método implementado en este trabajo es el de cuatro pasos. Las franjas que se proyectan se generan mediante una función sinusoidal que presenta un desplazamiento de fase [20] en la ecuación (4):

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos(\phi(x, y) + \delta), \tag{4}$$

donde $A(x, y)$ indica la intensidad de fondo en la imagen, $B(x, y)$ es un factor que determina la visibilidad de las franjas observadas, $f(x, y)$ es la información a reconstruir y δ es el valor que señala los desplazamientos en la fase de las franjas que iluminan el objeto.

La topografía del objeto es directamente proporcional al término de fase $f(x, y)$ de (4). Existen diversos para encontrar $f(x, y)$, por ejemplo, el método de Takeda que se basa en la transformada Fourier [21,22]. En nuestro caso se genera un sistema de ecuaciones que permite hallar las tres variables desconocidas: $A(x, y)$, $B(x, y)$ y $f(x, y)$. Como se mencionó se utiliza el método de cuatro pasos, donde los desplazamientos tienen valores de $0, \pi/2, \pi$ y $3\pi/2$, los cuales se expresan en la ecuación (5) como:

$$\begin{aligned} I_1(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos(\phi(x, y)), \\ I_2(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos(\phi(x, y) + \pi/2), \\ I_3(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos(\phi(x, y) + \pi), \\ I_4(x, y) &= A(x, y) + B(x, y) \cos(\phi(x, y) + 3\pi/2). \end{aligned} \tag{5}$$

La obtención de la fase se representa en la ecuación (6):

$$\varphi(x, y) = \arctan \frac{I_4(x, y) - I_2(x, y)}{I_1(x, y) - I_3(x, y)}. \quad (6)$$

Se toma en cuenta que los valores obtenidos en la fase están entre los rangos desde $-\pi$ a π . El resultado obtenido con la función arco tangente se denomina como fase envuelta y la cual tiene discontinuidades.

Como se mencionó, las discontinuidades de 2π observadas no son parte de la fase real medida; en cambio, son valores introducidos por la función arco tangente. Por lo tanto, se utiliza un proceso de desenvolvimiento para eliminar estas discontinuidades no deseadas y obtener una fase continua [23]. El método de desenvolvimiento de fase utilizado es la integración en línea de las diferencias de fase envueltas descrito por Itoh [24]:

$$\varphi(x) = \varphi(x-1) + W [\varphi_w(x) + \varphi_w(x-1)], \quad (7)$$

$$\varphi(x) = \varphi_w(0) + \sum_{n=0}^{x-1} W \{D[\varphi_w(n)]\}. \quad (8)$$

Las ecuaciones (7) y (8) describen el método de Itoh [24] como la estimación de la fase desenvuelta al integrar las diferencias envueltas de la fase envuelta.

4. Implementación

La implementación de los dos métodos que se describen se realiza según el orden del presente en la Fig. 6.

4.1 Proyección de puntos y desplazamiento de fases

Tanto el método de proyección de puntos como el método de desplazamiento de fase se implementan para la reconstrucción tridimensional del objeto que se muestra en la Fig. 7a. Tal como se puede apreciar el objeto tiene forma sinusoidal, dicho objeto fue generado en una impresora 3D con Ácido poliláctico (PLA) el cual permite una superficie regular de características lambertianas siendo ideal al reflejar la radiación incidente de manera uniforme en todas las direcciones.

El uso de proyección de luz se llevó a cabo en un ambiente controlado con iluminación exterior mínima permitiendo un menor índice de contaminación lumínica que generase ruido en forma espectral de luz. Una vez calibrada la cámara, tal como se describió anteriormente, se obtiene la proyección de los puntos sobre el objeto, ver Fig. 7b.

Los datos para la reconstrucción del objeto, después de ser procesada la imagen, se muestran en la Fig. 8.

El método de integración de fase, desarrollado por Itoh, se aplica a las imágenes con desplazamiento de fase, ver Fig. 9.

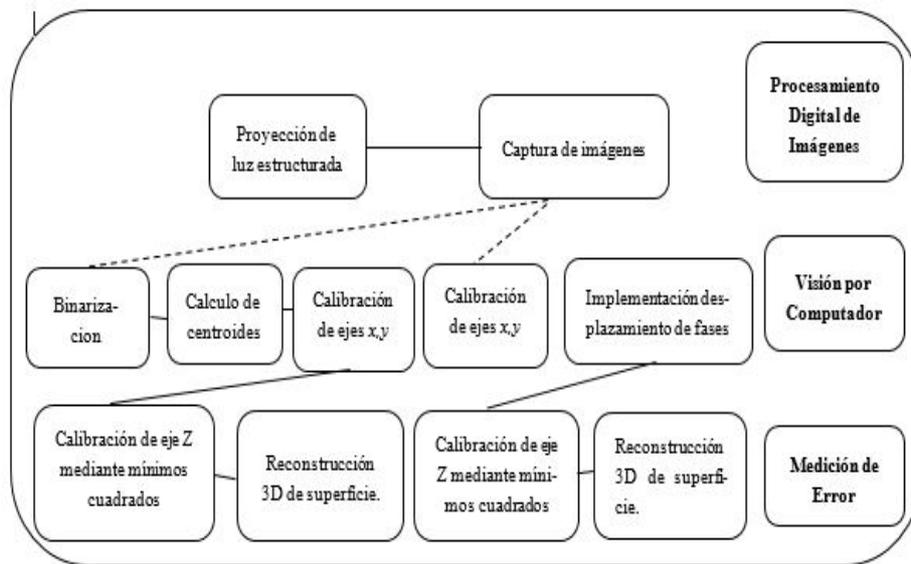


Fig. 6. Metodología utilizada para la calibración del Sistema de reconstrucción 3D.

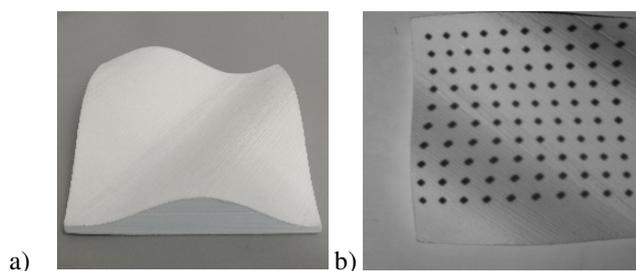


Fig. 7. a) Objeto sinusoidal a reconstruir. b) Captura de proyección de puntos sobre el objeto.

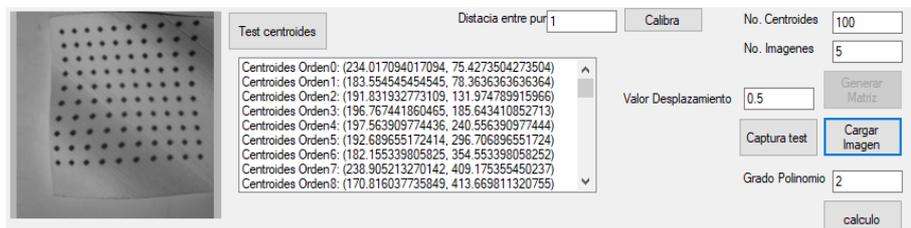


Fig. 8. Cálculo de valores del patrón de puntos proyectados de la Fig. 7a.

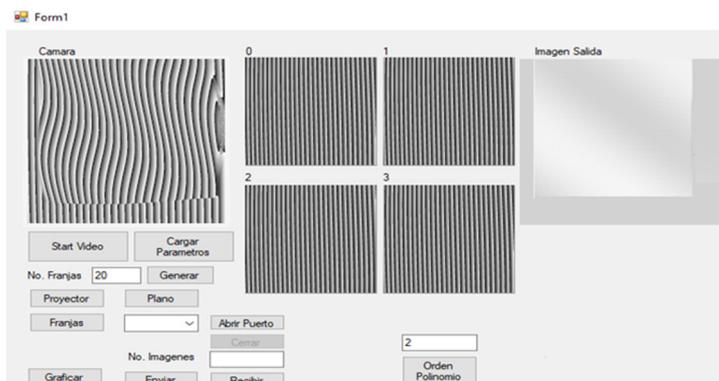


Fig. 9. Interfaz de la proyección de franjas sobre el objeto.

5. Resultados

5.1. Proyección de puntos

A partir de los datos obtenidos de la Fig. 8 se generó la representación tridimensional del objeto sobre el que se proyectaron 100 puntos, la profundidad, z , se obtuvo con un polinomio de grado 2 siendo el mejor ajuste por mínimos cuadrados. En la Tabla 3 se realiza una comparativa de los primeros 16 valores de la profundidad en centímetros y los valores de la función original correspondientes a las mismas posiciones, también se muestra el error existente entre ambos, representado como error absoluto. Así mismo, en la Tabla 4 se muestran los valores obtenidos de primeros 10 puntos en los ejes x , y .

Tabla 3. Comparación del error de valores con respecto a los valores reales y los obtenidos.

# Punto	V_Real	V_Obtenido	V_Absoluto	ERM
1	0.92290132	0.89377323	0.02912809	3.20%
2	0.12138852	0.12078633	0.00060219	0.49%
3	0.21499043	0.20881489	0.00617554	2.91%
4	1.42394646	1.41481196	0.0091345	0.64%
5	1.67704467	1.58492765	0.09211702	5.64%
6	0.78158729	0.73474917	0.04683812	6.17%
7	0.05043044	0.04596907	0.00446136	9.25%
8	0.38299994	0.38064532	0.00235462	0.61%
9	1.99908386	1.83346247	0.16562139	8.64%
10	1.56997916	1.48824021	0.08173895	5.34%
11	0.64170195	0.58469729	0.05700466	9.29%
12	0.00894218	0.00820267	0.00073951	8.62%
13	1.51099759	1.46274964	0.04824795	3.24%
14	1.99509015	1.92887567	0.06621448	3.37%
15	1.45349709	1.37495217	0.07854492	5.55%
16	0.50556361	0.48784653	0.01771709	3.56%
Promedio				4.78%

Tabla 4. Valores de la calibración de los ejes X e Y en milímetros de los diez primeros puntos.

# Punto	Eje X	Eje y
1	1.37333258	7.32546299
2	1.55825212	5.69311618
3	1.47549931	4.00627923
4	1.14250375	2.24526106
5	2.91596252	7.39986265
6	3.1892382	5.74901527
7	3.32874351	4.09687728
8	3.18053391	2.37082333
9	4.56097929	7.47089811
10	4.78258029	5.79401085
11	5.04118147	4.14067282
12	5.13320665	2.46587429
13	6.40510438	7.57526862
14	6.45364506	5.83848352
15	6.69266647	4.1577533
16	6.92059466	2.5049999

La Fig. 10 muestra la reconstrucción tridimensional del objeto a partir del patrón de puntos mostrado en la Fig. 7b.

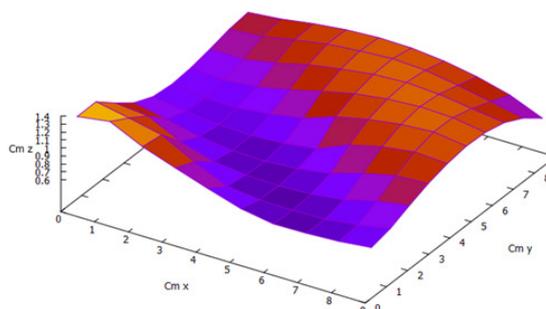


Fig. 10: Reconstrucción tridimensional a partir de patrón de puntos de la Fig. 7b.

5.2. Desplazamiento de fase

Se empleó una frecuencia de 60 franjas de acuerdo a la ecuación (4).

Se realizó una calibración polinomial mediante el agrupamiento de los planos como referencia y el valor de cada pixel para realizar un ajuste polinomial pixel a pixel, en una imagen de 800 x 800 se obtiene un polinomio por pixel que definen el eje z como la profundidad del objeto en centímetros.

La figura obtenida mediante la reconstrucción polinómica se observa en la Fig.11a donde existe cierto ruido, se rectifica mediante un filtro pasa bajos obsérvese Fig. 11b,

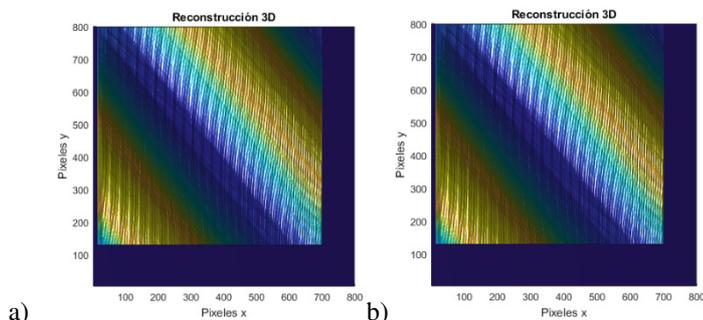


Fig. 11. Filtrado de Ruido. a) Figura con ruido, b) Figura sin ruido.

Se re-escaló la figura utilizando los valores de equivalencia de pixel y obteniendo una conversión espacial de xy en centímetros, la profundidad en z a su vez obtiene un máximo local de 2 cm y un mínimo de 0.4 cm. Obsérvese Fig. 12. Las medidas correspondientes al objeto original oscilan entre un máximo local de 2 cm y un mínimo de 0.2 cm.

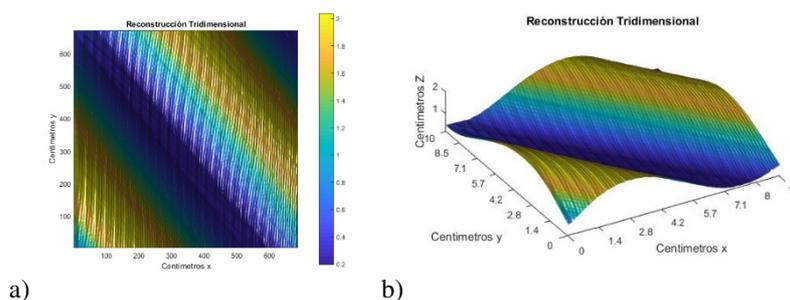


Fig. 12. Figura 3D reconstruida a partir del objeto original con las medias obtenidas y escalada a tamaño real. a) Visa superior de la figura. b) vista 3D del objeto.

La Tabla 5 muestra la diferencia entre la figura real y la reconstrucción encontrando el error absoluto de la reconstrucción a partir de una matriz de 16 puntos tomados de la parte central de la figura reconstruida.

Tabla 5. Comparación del error de valores reales y los obtenidos de la reconstrucción tridimensional a partir del método de desplazamiento de fase.

# Punto	V_real	V_obtenido	V_absoluto	ERM
1	1.9733	1.943	0.0303	1.54%
2	1.0059	1.019	0.0131	1.29%
3	0.0295	0.028	0.0015	5.21%
4	0.5375	0.5157	0.0218	4.13%
5	1.3328	1.264	0.0688	5.29%
6	0.1617	0.1573	0.0044	2.75%
7	0.2729	0.2548	0.0181	6.85%
8	1.4962	1.403	0.0932	6.42%

# Punto	V_real	V_obtenido	V_absoluto	ERM
9	0.3863	0.3605	0.0258	6.90%
10	0.0883	0.0865	0.0018	2.05%
11	1.1848	1.1392	0.0456	3.92%
12	1.9987	1.868	0.1307	6.76%
13	0.0126	0.012	0.0006	4.87%
14	0.8531	0.7952	0.0579	7.02%
15	1.9268	1.835	0.0918	4.88%
16	1.583	1.5205	0.0625	4.02%
Promedio				4.62%

6. Conclusiones

Las técnicas de metrología óptica basadas en la proyección de patrones de luz estructurada, muestran resultados factibles en la obtención de las medidas superficiales de objetos permitiendo una reconstrucción basada en datos parciales del objeto de interés como es el caso de una proyección de puntos, obteniendo a pesar de la dispersión de los puntos sobre el objeto una reconstrucción moderada de su superficie, en el caso del método basado en el desplazamiento de fase la reconstrucción es adecuada considerando que tiene un conjunto de valores más amplio de toda la superficie del objeto.

De manera objetiva el método basado en el desplazamiento de fase es más adecuado en cuanto a una reconstrucción integra de un objeto pudiendo obtener aquellos valores que son omitido en el primer método porque se encuentran intermedios en la proyección de puntos.

De acuerdo con el promedio de los errores porcentuales en ambos casos el método basado en desplazamiento de fase es el más adecuado en cuanto a un menor error de medición, por otro lado, en la búsqueda de obtener un método más rápido en cuanto al procesamiento para la generación de resultados el basado en la proyección de puntos es el más adecuado debido a que una vez calibrado el sistema solo se requiere una imagen para obtener una medida acorde a la superficie de un objeto, mientras que en el caso del método de desplazamiento de fase se requieren 3, 4 o más, imágenes a procesar según sea el caso, realizando toda la serie de pasos mencionados en la sección 3 por cada grupo de imágenes que se capturen

Agradecimientos. Ignacio Martínez Rojas agradece al CONACYT por la beca de movilidad recibida para la realización del presente trabajo y al Centro de Investigaciones en Óptica, A.C. por el apoyo brindado durante el periodo de estancias realizado. Ignacio Martínez Rojas es estudiante del posgrado de Maestría en sistemas Computacionales Instituto Tecnológico Superior de Misantla, Misantla Veracruz México.

Referencias

1. Leal, E., Leal, N., Sánchez, G.: Estimación de Normales y Reducción de Datos Atípicos en Nubes de Puntos Tridimensionales. *Información Tecnológica* 25(2), 39–46 (2014)

2. Leal-Narváez, E.A., Branch, J.W., Ortega Lobo, O.: Estimación de curvaturas y direcciones principales en nube de puntos no organizados. *Dyna* 74(153) (2007)
3. De Mesa Gisbert, A., Regot Marimón, J., Núñez Andrés, M., Buill Pozuelo, F.: Métodos y procesos para el levantamiento de reconstrucción tridimensional gráfica de elementos del patrimonio cultural. *La iglesia de Sant Sever de Barcelona* (2009)
4. González, J.A., Castillo, H.M.: Análisis comparativo de algoritmos de reconstrucción 3D basados en visión para la obtención de trayectorias. En: XVI Congreso Internacional anual de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica (SOMIM), México (2010)
5. Caro, J.L.: Fotogrametría y modelado 3D: un caso práctico para la difusión del patrimonio y su promoción turística (2012)
6. Salcedo, A.F.C., Martínez, A.B., Salazar, E.A.Q.: Procesamiento de nubes de puntos por medio de la librería PCL. *Scientia et Technica* 2(52), 136–142 (2012)
7. Roca, J., Marambio, A., Moreno, M.: Modelos digitales de nubes de puntos de la Habana vieja, Cuba. En: Congreso internacional ciudad y territorio virtual, pp. 1–7 (2006)
8. Martínez, A., Rayas, J.A., Flores, M., Rodríguez-Vera, R., Donato Aguayo, D.: Técnicas ópticas para el contorno de superficies tridimensionales. *Revista mexicana de física* 51(4), 431–436 (2005)
9. Oliveros, D.M.Q., Mejía, R.V., Mendoza, E.Y.: Reconstrucción tridimensional de deformaciones mecánicas superficiales en platinas, basada en la proyección de franjas. *Revista Facultad de Ingeniería* (59), pp. 169–180 (2012)
10. Gómez, A.L.G., Fonseca, J.E.M., Téllez, J.L.: Proyección de franjas en metrología óptica facial. *INGE CUC* 8(1), 191–206 (2012)
11. Otsu, N.: A threshold selection method from gray-level histograms. *IEEE Transactions on Systems, man, and cybernetics* 9(1), 62–66 (1979)
12. Levoy, M.: Area flooding algorithms. *Two-Dimensional Computer Animation. Course Notes 9 for SIGGRAPH*, 82 (1981)
13. Chapra, S. Canalé, R.: *Métodos Numéricos Para Ingenieros*. 5ta edición, McGraw-Hill (2007)
14. Sosa-Balderas, J.V.: Proyección de luz estructurada aplicada a la biometría. CIO repositorio: <https://cio.repositorioinstitucional.mx/jspui/handle/1002/88> (2018)
15. Ackermann, F.: Digital image correlation: performance and potential application in photogrammetry. *The Photogrammetric Record* 11(64), 429–439 (1984)
16. Scheid, F., Di Constanzo Lorencez, R.E., Nagore Cázares, G.: *Métodos numéricos* (1991)
17. Nieves Hurtado, A., Domínguez Sánchez, F.: *Métodos numéricos aplicados a la ingeniería* (2002)
18. Malacara, D. (ed.): *Optical Shop Testing*, 3rd ed., John Wiley and Sons (2007)
19. Vargas, J., Quiroga, J.A., Belenguer, T., Servín, M., Estrada, J.C.: Two-step self-tuning phase-shifting interferometry. *Optics express* 19(2), 638–648 (2011)
20. Quan, C., He, X.Y., Wang, C.F., Tay, C.J., Shang, H.M.: Comunicaciones Ópticas (Shape measurement of small objects using LCD fringe projection with phase shifting. *Optics Communications*), 189(1-3), 21–29 (2001)
21. Takeda, M., Mutoh, K.: Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes. *Applied optics* 22(24), 3977–3982 (1983)
22. Takeda, M., Ina, H., Kobayashi, S.: Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *JosA* 72(1), 156–160 (1982)
23. Servin, M., Quiroga, J.A., Padilla, M.: *Fringe pattern analysis for optical metrology: theory, algorithms, and applications*. John Wiley & Sons (2014)
24. Itoh, K.: Analysis of the phase unwrapping algorithm. *Applied optics* 21(14), 2470–2474 (1982)